Tipps zur Serie 7:

Aufgabe 7.1:

a) Betrachtet die Definition linearer Abbildungen auf S. 76 im Skript.

b) Betrachtet die Wirkung auf die 3 Einheitsvektoren (z.B. geometrisch)

Aufgabe 7.2:

- Theorie und Beispiel zu Koordinatentransformation in Theorie 6 betrachten

Aufgabe 7.3:

- Koordinatentransformation in der Theorie 6 betrachten und dann Abbildungen bei einer Koordinatentransformation sowie kommutative Diagramme in der Theorie 7 (vorgeholt)

c) In den neuen Koordinaten interpretieren und dann in die alten übernehmen

Aufgabe 7.4:

a) Eigenschaften linearer Abbildungen überprüfen (Theorie 6)

b) Theorie 7

↳ Funktion auf alte Basis anwenden und das Ergebnis in der neuen Basis darstellen. Die Koordinaten des Ergebnisses bilden die Spalten der Abbildungsmatrix.

Aufgabe 7.5:

- Zeichnet euch die Abbildungen auf und überlegt euch, was mit den Einheitsvektoren bei de Abbildung geschieht. Die gesuchte Matrix besteht aus den abgebildeten Einheitsvektoren $e^{(1)}$, $e^{(2)}$ & $e^{(3)}$. (Also normal die Abbildungsmatrix aufstellen)

b) Verkettung von Abbildungen repetieren (Theorie 7)

Aufgabe 7.6:

Repetiert im Allgemeinen nochmals den Graphen zu Kern & Bild aus der Übungsstunde 5 sowie kommutative Diagramme.

a) Stellt die aus der Analysis bekannte Bedingung für Injektivität auf und zeigt dann

$Ker(F) = 0 \Rightarrow F$ injektiv & F injektiv $\Rightarrow Ker(F) = 0$

mit den bekannten Matrixeigenschaften. Nutzt aus, dass F linear ist?

b) Zeichnet hier zur Visualisierung am besten kommutative Diagramme. Zeigt dann wiederum

$$\exists A^{-1} \Rightarrow \exists F^{-1} \quad \& \quad \exists F^{-1} \Rightarrow \exists A^{-1}$$

wobei A die Abbildungsmatrix von F ist.
Geht hierfür einmal den Weg über F & F^{-1} im Diagramm und einmal über A & A^{-1} und zeigt dann jeweils mit einer Umformung, dass dies bedeutet dass $A \circ A^{-1}$ & $A^{-1} \circ A = Id$ ist respektive $F \circ F^{-1}$ & $F^{-1} \circ F = Id$, wobei Id die Einheitsmatrix oder einfach 1 ist.
Wählt für die translation von X & Y in ihre jeweilige Basis B & C einfach die generische Koordinatenwahl k_B & k_C, ihr werdet sehen, dass sich diese kürzen.
Ein mögliches Diagramm könnte dann wie folgt aussehen:

$$\begin{tikzcd}
X \arrow[r, "F"] \arrow[d, "k_B"] & Y \arrow[d, "k_C"] \\
B \arrow[r, "A"] & C
\end{tikzcd}$$